

Nombre del estudiante:

Fecha: _____

Nombre de la persona de contacto:

Número de teléfono: _____



Math on the Move

Lección 16

Proporciones

Objetivos

- Entender qué es una proporción
- Resolver problemas razonados utilizando proporciones

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass



Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera-de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

Raúl está organizando una fiesta sorpresa para su amiga, Aimee. Sale a la tienda a comprar unos aguacates para preparar guacamole. Encuentra un letrero que dice, “2 aguacates por \$3.” Si solo quiere gastar \$15 dólares en aguacates, ¿cuántos podría comprar?

Podemos resolver este problema utilizando las **proporciones**.

- Una **proporción** es un conjunto de razones que son iguales entre sí. En una proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos. Los siguientes son ejemplos de proporciones.

$$\frac{5}{2} = \frac{15}{6} \qquad 3 : 2 = 4.5 : 3 \qquad \frac{25}{40} = \frac{x}{50}$$

- Cuando una proporción se escribe utilizando dos puntos, los números interiores se denominan medios, y los números exteriores se denominan extremos.

El segundo ejemplo muestra que estas proporciones no siempre tienen que ser enteros. En el tercer ejemplo, existe una variable utilizada en la proporción de la derecha. Ya que las fracciones son iguales, podemos calcular el valor de x . Esto nos será muy útil.

Ejemplo

Encuentra el valor de x . $\frac{15}{30} = \frac{7}{x}$

Solución

Necesitamos encontrar el valor de x que hará que esas dos fracciones sean iguales. En nuestra lección sobre fracciones equivalentes, encontramos las formas equivalentes de una fracción ya sea reduciendo la fracción o encontrando los múltiplos del numerador y del denominador. En este caso, haremos las dos cosas.

Primero, nota que la fracción $\frac{15}{30}$ no está en su mínima expresión. Así, reduciremos la fracción dividiendo la cifra de arriba y la cifra de abajo entre el MFC (máximo factor común).

$$\frac{15 \div 15}{30 \div 15} = \frac{1}{2}$$

Ahora que hemos reducido la fracción, podemos tomar formas equivalentes para encontrar una fracción equivalente con el 7 en el numerador.

$$\frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{7}{14}$$

Así, $x = 14$.

$$\frac{15}{30} = \frac{7}{14}$$

Esto no fue difícil de resolver, porque encontramos formas equivalentes de la fracción que funcionaron. ¿Qué tal si nos hubieran dado una fracción donde no pudiéramos encontrar las formas equivalentes?

Ejemplo

Halla x . $\frac{25}{40} = \frac{x}{50}$

Solución

Probemos nuestro primer método donde reducimos la fracción a su mínima expresión.

$$\frac{25 \div 5}{40 \div 5} = \frac{5}{8}$$

Ahora, multiplicamos el numerador y el denominador por el mismo número hasta tener el 50 en el denominador. Nos topamos con el siguiente problema.

$$\frac{5 \times 6}{8 \times 6} = \frac{30}{48}$$

**Demasiado
pequeño!**

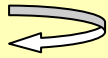
$$\frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{35}{56}$$

**Demasiado
grande!**

Con este método, no podemos encontrar una forma equivalente de $\frac{5}{8}$ con el 50 en el denominador. Utilicemos lo que ya sabemos acerca de las fracciones equivalentes para idear un método nuevo para resolver las proporciones – el producto cruzado. Podemos utilizar el producto cruzado, porque sabemos que las dos fracciones son iguales (por la definición de proporción).

$$\begin{array}{ccc} \frac{25}{40} & = & \frac{x}{50} \\ & \times & \\ 1250 & = & 40x \end{array}$$

Recuerda



El método del producto cruzado se utiliza para probar que dos fracciones son equivalentes. Si $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ entonces, $(1 \times 4) = (2 \times 2)$.

Ahora ya podemos encontrar x como lo hicimos con todas las otras ecuaciones.

$$\frac{1250}{40} = \frac{40x}{40}$$

$$31.25 = x$$

Así, $x = 31.25$. Podemos verificar nuestra respuesta insertándola en la proporción original.

$$\frac{25}{40} = \frac{31.25}{50}$$

Recuerda que las fracciones son otra forma de expresar la división.

$$\begin{array}{l} 25 \div 40 = 31.25 \div 50 \\ 0.625 = 0.625 \quad \checkmark \end{array}$$

Aún cuando la solución para esta proporción fue un número decimal, éste es el único número que funciona. Podríamos escribir nuestra respuesta como un número combinado o aún como una fracción impropia, pero estos se verían confusos en una proporción.



Resuelve las siguientes proporciones para la variable dada. Luego, verifica tu respuesta.

1. $\frac{8}{10} = \frac{x}{35}$

2. $\frac{27}{81} = \frac{3}{x}$

3. $\frac{a}{8} = \frac{15}{20}$

4. $\frac{7}{15} = \frac{z}{36}$

5. $\frac{10}{y} = \frac{25}{12}$

6. $\frac{x}{20} = \frac{2x + 6}{55}$

¿Verificaste tus respuestas? Para el último problema de la sección Inténtalo, asegúrate de no insertar el mismo número para ambos numeradores.

La calculadora básica no puede mostrar decimales repetitivos. Por ejemplo, si insertas

1 ÷ 3, la calculadora pondrá

.333333

Si insertas 2 ÷ 3, la calculadora pondrá

.666667

Ambos son decimales repetitivos. La calculadora utiliza una aproximación, lo que explica porque la calculadora pone un 7 al final de los seises repetitivos (está aproximando).

Tip de Calculadora



Ejemplo

Raúl está organizando una fiesta sorpresa para su amiga, Aimee. Sale a la tienda a comprar unos aguacates para preparar guacamole. Encuentra un letrero que dice, “2 aguacates por \$3.” Si solo quiere gastar \$15 dólares en aguacates, ¿cuántos podría comprar?

Solución

Hay una proporción escondida en este problema razonado. La tercera oración dice, “2 aguacates por \$3.” Raúl puede conseguir 2 aguacates por cada \$3 que gaste. En otras palabras, la razón de aguacates a dinero es de 2 a 3. Ya que la razón es proporcional podemos decir lo siguiente.

$$\frac{\text{aguacates}}{\text{dinero}} = \frac{2}{3} = \frac{x}{15}$$

Sabemos que puede comprar 2 aguacates con \$3. Ya que no sabemos cuántos puede comprar con \$15, utilizamos x para representar el número de aguacates.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} = \frac{x}{15} \\ \hline \frac{30}{3} = \frac{3x}{3} \end{array}$$

$$10 = x$$

Por tanto, Raúl puede comprar 10 aguacates con \$15.

Ejemplo

Una varilla metálica de 2 ft. de largo pesa 5 lbs. Si la razón longitud : peso es proporcional, ¿qué tan pesada es una varilla de 5 ft.?

Solución

Este problema no debería ser tan difícil porque nos dice qué razón es proporcional. Siempre expresamos las proporciones con fracciones.

$$\frac{\text{feet}}{\text{pounds}} = \frac{2}{5} = \frac{5}{x}$$

Multiplícala en forma cruzada.

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 5 \\ & \diagdown & / \\ & 5 & x \\ & / & \diagdown \\ 2x & = & 25 \end{array}$$

Resuelve.

$$\frac{2x}{2} = \frac{25}{2}$$

$$x = 12.5$$

Una varilla de 5 ft. pesa 12.5 lbs.



Resuelve los siguientes problemas razonados de proporciones.

7. Pablo leyó 40 páginas de un libro en 50 minutos. ¿Cuántas páginas debería ser capaz de leer en 80 minutos?

8. Jeannie levanta el inventario de su closet y descubre que tiene 8 playeras por cada 5 pares de jeans. Si tiene 40 playeras, ¿Cuántos pares de jeans tiene ella?
9. Diego averiguó que después de trabajar durante 9 meses, él había acumulado 6 días de vacaciones. ¿Cuántos días habrá acumulado después de trabajar durante dos años?

Las proporciones también pueden ser útiles para los problemas de tasas.

Ejemplo

Joel y José están planeando un viaje por tierra desde San Diego, CA al Gran Cañón. El viaje es de aproximadamente 553 miles. Si su velocidad promedio es de 70 mph, ¿cuánto tiempo les llevará manejar hasta el Gran Cañón?

Solución

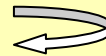
Utilizaremos la fórmula de la velocidad promedio para resolver este problema.

$$70 = \frac{553}{x}$$

ya que no conocemos el tiempo, utilizaremos la variable x para representar el tiempo. Ésta podría no parecer una proporción, pero podemos arreglarla para que parezca una.

$$\frac{70}{1} = \frac{553}{x}$$

Recuerda



La fórmula de la velocidad promedio

es, $\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$.

HECHO

Cualquier entero se puede convertir en una fracción utilizando el número como numerador y utilizando el 1 como denominador.

Ahora que ya luce como una proporción, podemos encontrar el valor de la variable multiplicando en forma cruzada.

$$\begin{array}{r} \frac{70}{1} = \frac{553}{x} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \searrow \quad \swarrow \\ 70x = 553 \end{array}$$

Resuelve.

$$\frac{70x}{70} = \frac{553}{70}$$

$$x = 7.9$$

Obtuvimos 7.9 para x , pero ¿qué representa x ? Cuando establecimos el problema, utilizamos x para representar el tiempo debido a que éste era nuestra incógnita. Lo último que tenemos que hacer es poner las unidades en nuestra respuesta. Cuando encontramos la respuesta, tomamos la distancia (553 miles) y la dividimos entre la velocidad (70 mph).

$$\text{miles} \div \frac{\text{miles}}{\text{horas}}$$

Esto es lo mismo que

$$\cancel{\text{miles}} \times \frac{\text{horas}}{\cancel{\text{miles}}} = \text{horas}$$

Por tanto, nuestra respuesta es 7.9 horas.

Recuerda



Cuando dividimos entre una fracción, es lo mismo que multiplicar por su recíproco.

$$a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}$$

iInténtalo!



Resuelve los siguientes problemas razonados de proporciones.

10. Daniela viaja de San Antonio a Houston – una distancia de 200 miles. Si lleva una velocidad promedio de 75 mph, ¿cuánto tiempo le llevará llegar a Houston?

11. Rafaela tiene un auto que le puede dar 28 miles per gallon de gasolina. Su auto puede cargar 12 gallons de gasolina. Si ella planea manejar de Chicago a Denver (1008 miles), ¿cuántas veces deberá detenerse para cargar gasolina?

12. Dion maneja 125 miles en $2\frac{1}{2}$ horas. A esa misma tasa, ¿qué tan lejos podrá llegar en 6 horas?

 Repaso

1. Marca la definición de proporción.
2. Resalta los cuadros de "Hecho".
3. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.



Problemas de práctica

Math On the Move Lección 16

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 16, Conjuntos A y B

Conjunto A

Encuentra las proporciones para la variable dada.

1. $\frac{b}{2} = \frac{35}{7}$

2. $\frac{90}{w} = \frac{10}{11}$

3. $\frac{12}{15} = \frac{z}{40}$

4. $\frac{a+5}{20} = \frac{a}{15}$

Conjunto B

1. Un tramo de cable de 8.5 cm de largo pesa 52 gramos. ¿Cuánto pesarán 10 cm del mismo cable?
(Aproxima a las centésimas)
2. La razón de hombres a mujeres en una clase es de 6 a 5. ¿Cuántos estudiantes femeninos hay si hay 3600 hombres?
3. El huracán Katrina arrojó 14 inches de lluvia en un lapso de dos días. ¿Cuánta lluvia por hora es esto? (Aproxima tu respuesta a las décimas.)
(Pista: ¿Cuántas horas son dos días?)
4. Una doctora se toma 25 minutos con cada uno de sus pacientes durante un día de consulta normal. ¿Cuántos pacientes puede atender en un día típico de $7\frac{1}{2}$ horas? (Pista: Asegura que las unidades de tiempo son iguales.)

Respuestas a Inténtalo

1. $x=28$ $\frac{8}{10} = .8$
 $\frac{28}{35} = .8$

2. $x=9$ $\frac{27}{81} = \bar{.3}$
 $\frac{3}{9} = \bar{.3}$

3. $a=6$ $\frac{6}{8} = .75$
 $\frac{15}{20} = .75$

$$4. z = 16.8 \quad \frac{7}{15} = .\overline{46}$$

$$\frac{16.8}{36} = .\overline{46}$$

$$5. y = 4.8 \quad \frac{10}{4.8} = 2.08\overline{3}$$

$$\frac{25}{12} = 2.08\overline{3}$$

$$6. \quad \frac{x}{20} \times \frac{2x+6}{55} \quad \frac{8}{20} = .4$$

$$55x = 20(2x+6) \quad \frac{22}{55} = .4$$

$$55x = 40x + 120$$

$$\begin{array}{r} -40x \\ \hline 15x = 120 \\ \hline 15 \quad 15 \end{array}$$

$$7. \quad \frac{40 \text{ pgs.}}{50 \text{ min.}} \times \frac{x}{80 \text{ min.}}$$

$$\frac{3200}{50} = \frac{50x}{50}$$

$$64 \text{ páginas} = x$$

$$8. \quad \frac{8 \text{ playeras}}{5 \text{ jeans}} = \frac{40 \text{ playeras}}{x}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{200}{8}$$

$$x = 25 \text{ pares de jeans}$$

$$9. \quad 2 \text{ años} = 24 \text{ meses}$$

$$\frac{9 \text{ meses}}{6 \text{ días}} = \frac{24 \text{ meses}}{x}$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{144}{9}$$

$$x = 16 \text{ días}$$

$$10. \quad \frac{75 \text{ miles}}{1 \text{ hr.}} = \frac{200 \text{ miles}}{x}$$

$$\frac{75x}{75} = \frac{200}{75}$$

Esto es lo mismo que 2 hr. 40 min.

$$x = 2.\overline{6} \text{ hr.}$$

$$11. \quad \frac{28 \text{ miles}}{1 \text{ gallon}} = \frac{1008 \text{ miles}}{x}$$

$$\frac{28x}{28} = \frac{1008}{28}$$

$$x = 36 \text{ gallons}$$

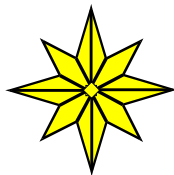
$$12. \quad \frac{125 \text{ miles}}{2.5 \text{ hr.}} = \frac{x}{6 \text{ hr.}}$$

$$\frac{750}{2.5} = \frac{2.5x}{2.5}$$

$$300 \text{ miles} = x$$

$$\frac{36 \text{ gallons}}{12} = 3 \text{ paradas para cargar gasolina}$$

NOTAS



Fin de la lección 16